نلعب الشِّطْرَنْجُ: القُوى

الفئة العُمرية

المرحلة الإعدادية – يوصى بهذه الفعالية لتلاميذ الصف السابع

ملخَّص الفعالية

يتعامل هذا النشاط مع فهم معنى القُوّة وبالنمط الذي تعمل به القوّة (في الحالات التي تكون فيها الأرقام أكبر من 1) تزيد النتيجة بشكل بارز. كما وتتعامل الفعالية مع قوانين القوى، مثل ضرب قوى ذات أُسُس متساوية وقسمة قوّى ذات أسس متساوية. سيتعرَّض التلاميذ لقصّة إطار، وبمساعدتها سنستخدم فيما بعد لوحة الشِّطْرَنْج لتجسيد عملية القوّة والعلاقة بين المربَّعات المختلفة في اللوحة. لا حاجة إلى معرفة مسبَّقة بلعبة الشِّطْرَنْج.

مدّة الفعالية

حصة واحدة – اثنتين

أهداف الفعالية

- تمكين التلاميذ من رؤية رياضية فراغية.
- فهم معنى القوّة، الأساس، الأسّ.
- استخدام كتابة قوى لاختصار عملية لضرب متكرِّر (المقدر الطبيعي).
- تقوية فهم تعريف القوّة.

مصطلحات من المنهج التعليميّ

القُوى، الأُسّ الطبيعي، نموّ أُسّيّ.

مهارات

طرح أسئلة، معالجة مُعطَيات/ بيانات/، تحليل مُعْطَيات واستخلاص استنتاجات، بناء معرفة، تطبيق معرفة، تسجيل مشاهدات

نمط التعلُّم

مجموعات يتكوَّن كلّ منها من 4 تلاميذ

نوع الفعالية

- فعالية لافتتاح الموضوع
- فعالية لإكساب الطلاب الموضوع

رابط للفيديو

"الجبر الأوّليّ: القوى": https://bit.ly/2OzsLot

استعدادات للفعالية

- تحضير صفحة "لوحة الشِّطْرَنْج" للتعليق على اللوح (يظهر في آخر مِلفّ الفعالية).
- تحضير السطر الأوّل من لوحة الشِّطْرَنْج (يظهر في آخر مِلفّ الفعالية).
- آلات حاسبة للتلاميذ.

ماذا نفعل؟

عن: شوتيرستوك (shutterstock)

يجب تعليق "لوحة الشِّطْرَنْج" في بداية الفعالية على اللوح.

يمكن طرح السؤال الآتي: "هل يعرف أحدكم لعبة الشِّطْرَنْج؟ شارك في مسابقة؟ سمع عن مسابقات الشِّطْرَنْج؟ وذلك من أجل إثارة الاهتمام، والقول للتلاميذ إن الشِّطْرَنْج ليس شيئًا بعيدًا يتمّ ممارسته في الممالك البعيدة فقط (كما سيأتي في القصة الأسطورية فيما بعد). يمكنك مرافقتهم في قراءة الفقرة التالية، التي تعرض العلاقة الإسرائيلية بالشِّطْرَنْج بمساعدة قصّة بوريس جيلفند:

الشِّطْرَنْج وعلاقته بإسرائيل

وُلِد أفراموفيتش جيلفند سنة 1968 في مينسك الواقعة في بيلاروس (في حينه الاتّحاد السوفياتيّ)، ووصل إلى البلاد في سنة 1998. هو لاعب شِّطْرَنْج إسرائيليّ في درجة محترِف دُوَليّ، نائب بطل العالم سابقًا في الشِّطْرَنْج وعضو المنتخب الإسرائيلي. وفي سنة 1992 تمّ تدريج جيلفند في المكان الثالث عالميًّا، بعد بطلي العالم غاري كاسباروف وأناطولي كارپوف.

في أيّار – مايو 2012 تنافس جيلفند مع الهندي فيشفانتن أناند في بطولة العالم للشِّطْرَنْج، وخسر في مرحلة كسر التعادل في الألعاب السريعة. وقد حصل جيلفند في هذه البطولة على جائزة ترضية بقيمة مليون دولار.

يُعدّ جيلفند من المحترِفين الكِبار في العَقْدَيْن الأخيرَيْن، وكبير لاعبي الشِّطْرَنْج الإسرائيليين في كلّ الأزمنة. ويمكن قراءة المزيد عنه في الرابط التالي: https://bit.ly/2SeNfFJ

قَسِّموا التلاميذ في مجموعات تتألف كلّ منها من ثلاثة – أربعة تلاميذ، يُنصَح بالسماح لهم أن يعملوا في مجموعات ويقرؤوا القصّة الأسطورية التي ستظهر فيما بعد، وبعد ذلك يطلب منهم الإجابة عن الأسئلة في مجموعات.

توَزَّعوا في مجموعات بحسَب إرشادات المعلِّم.

اِقرؤوا في مجموعتكم القصّة الأسطورية ثمّ أجيبوا عن الأسئلة.

أسطورة الملك لاعب الشِّطْرَنْج وحبات الأُرُزّ

رسم توضيحيّ: شوترستوك (shutterstock)

قبل سنين كثيرة، في مملكة خضراء وبعيدة، كان الملك لاعب الشِّطْرَنْج يستقبل في قصره زائرين. وقد عُرف عن الملك بأنّه لاعب شِّطْرَنْج متفوّق، وقد رغب بتحدّي ضيوفه في لعبة الشِّطْرَنْج. بمرور الوقت، أدرك زائرو الملك أنه لا جدوى من لعب الشِّطْرَنْج معه، لأنه كان الفائز عليهم دائمًا. وهكذا، لم يستقبل الملك أيّ زائر خلال أشهر عديدة، ولم يمارس لعبة الشِّطْرَنْج، لأنهم لم يرغبوا باللَّعِب معه. وها قد حان يوم جاء فيه الفارس بوريس إلى القصر، وهو رجل من بيلاروسيا، وعرض الملك عليه المنافسة. ومن أجل إغرائه باللَّعِب، اقترح الملك لاعب الشِّطْرَنْج أن يمنح الفارس أيّ جائزة يرغب بها إذا هَزَم الملك. وبعد التنافس في لعبة متعادِلة، نجح بوريس بالتغلُّب على الملك. سأله الملك المتفاجِئ وخائب الأمل: "لقد فزت! والآن أخبرني بماذا تريد؟". فأجاب الفارس: "أُرُزًّا". "ماذا؟". سأل الملك متعجّبًا. طلب بوريس، الرجل من بيلاروس، من الملك أن يضع في المربّع الأول من لوحة الشِّطْرَنْج حبة أرزّ واحدة، وحبَّتين في المربَّع الثاني، وَ4 حبّات في المربَّع الثالث، وَ8 حبّات في المربَّع الرابع. "الآن،" قال الفارس للملك، "بما أنّه ليس لديك مساحة كافية داخل المربَّع نفسه، عليك أن تستمرّ شفويًّا أو أن تكتب على ورقة كمّية الحبوب وفقًا لنفس القاعدة، حتى نصل إلى كمّية الحبوب في المربَّع الأخير على اللوحة – وهذه هي الكمّية التي أريدها."

يمكن هنا أن تطرحوا على التلاميذ، هل انتبه أيّ منكم للقفزات؟ في كل مرّة، ضعفا ما في المربع السابق.

بعد أن بدأ الملك بإجراء الحساب، فهم أنّه في ورطة كبيرة... حاوِلوا أن تقدِّموا له مساعدة:

كم حبّة في المربّع الأوّل؟ حبّة واحدة

في المربّع الثاني؟ حبّتان

في المربّع الثالث؟ 4 حبّات

في المربّع الرابع؟ 8 حبّات

الآن، أُكتبوا ذلك بصيغة قُوى.

في المربّع الخامس؟ 2^4

في المربّع التاسع؟ $2^8 = 256$ حبة

في المربّع الثاني والثلاثين؟ $2^{31} = 2,147,483,648$

إذا كنتم تقومون بالعمل في مجموعات، يوصى بإجراء فحص وطرح سؤال: من يرغب بأن يكتب على اللوح الكمّية التي في المربع الـ 32؟ يمكن تقسيم العدد كما يلي: 648 – هذه الوحدات (بإمكانكم الإشارة بواسطة استخدام الألوان): 483 ألفاً. 147 مليونًا. 2 مليار. من يرغب بأن يجرب قراءة العدد؟ 2 مليار 147 مليونًا 483 ألفًا 648.

كم عدد الحبوب يكون لدينا إذا جمعنا كلّ الحبوب من كلّ المربّعات ال 32 معًا؟ عدد كبير جدًّا!!!

تعالوا نتمعَّن بالكمّيّات بالوزن: تكبر الكمّية في المربَّعات الأولى، إلى كيلوغرام من الأَرُزّ في المربَّع الـ 15؛ إلى طنّ من الأَرُزّ في المربّع الـ 25؛ إلى 1,000 طنّ من الأَرُزّ في المربَّع الـ 35 وهكذا. في المربَّع الـ 55 نضع كلّ محصول الأَرُزّ السنويّ التي ينتجه العالم بأكمله، وفي المربَّع الأخير يُفتَرض أن تكون كميّة الأَرُزّ أكبر من كل الأَرُزّ الذي نتج في تاريخ البشرية.

والآن فلنفهم بعض الأسس حول العمليات الحسابية التي يمكن تنفيذها على/ في القوى.

- تمعَّنوا في الصفّ الأوّل من لوحة الشِّطْرَنْج:

- سجِّلوا في كلّ مربَّع عدد الحبوب في صيغة قُوى.
- اِملؤوا المربَّعات من اليسار إلى اليمين، من المربع أ1 إل ب1 وهكذا.

- تمعَّنوا في الصفّ و1: ما هي القوّة التي تظهر في هذا المربع؟ 2^5
  - على كم حبة نحصل؟ 32
  - إذا ضربنا القُوى بعضها ببعض (أي ضرب عدد الحبوب الواحد بالثاني)، في أيّ صفّين مختلفين نحصل على 32 كعدد الحبوب؟ أُكتبوا كل الأمكانيّات: ب1 x د1, ج1 x د1 (يجب أن نحصل على الإمكانية أ1 x و1).
  - أُكتبوا ذلك بصيغة قُوى $2^3 \cdot 2^2$, $2^4 \cdot 2^1$, $2^5 \cdot 2^0$

- ما هو النمط الذي يمكن تمييزه؟

حين نقوم بضرب قوّى ذات أسس متشابهة، نحصل على نتيجة ذات نفس الأساس وأسّ وهو مجموع الآساس (جمع أُسّ) الخاصّة بالقوى التي قمنا بضربها بعضها ببعض.

من المهمّ أن نشير أمام التلاميذ أننا نستخدم الأرقام طبيعية في هذه الفعالية. حين نخوض في عالم الأرقام الأوسع نجد أن هناك عدة استثناءات، فهناك أسس، يتكون الأساس فيها من كسر مع أسّ طبيعيّ الذي يصغِّر قيمة القوّة.

- أُكْتُبوا هذا النمط بالشكل التالي: $a^n * a^m = a^{n+m}$
  - في الحالات المختلفة الأساس المماثل هو 2 أو a، ولكن يمكن أن تكون الآساس (جمع أُسّ) كلّ عدد.
  - يمكن كتابة ضرب تعبيرين مع قُوى بعضهما ببعض، حين تكون أسس القُوى متساوية، كتعبير واحد مع نفس الأساس وأسّ الذي هو مجموع آساس (جمع أُسّ) القُوى.
  - أُكتبوا مثالًا آخر مع أساس مختلف عن 2. $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$

ماذا بالنسبة لجمع قوّى؟

- تمعّنوا مرّة أخرى في لوحة الشِّطْرَنْج، واحسبوا نتيجة التمرين. $2^2 + 2^3$.

ما هي النتيجة؟ 8+4=12

انتبهوا إلى أن هذا العدد لا يظهر في اللوحة، أي أنّه ليس نتيجة عملية الرفع إلى قوّة ذات أساس 2 (هذا إذا كان الأُسّ طبيعيًّا).

يمكن أن نشاهد ذلك أيضًا بواسطة كتابة $2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 2^2 + 2^3$

ما هي العملية الشاذة في السلسلة؟ +

- عملية الجمع "تكسر" سلسلة الضرب ولذلك لا تشكّل اختصارًا لعملية قُوى.

هل التعبيران التاليان متساويان؟ لا

تعبير 1: $5^6 + 5^3$

تعبير 2: $5^6 \cdot 5^3$

- أيّ من التعبيرين يمكن كتابته بهيئة 5^9 بشكل يُكتب فيه كأساس مع أسّ؟

$5^6 \cdot 5^3 = 5^9$

نظرة أخرى: $5^6 \cdot 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^9$

تذكّروا:

في كل الأمثلة التي سنراها في هذه الفعالية، القوّة هي عمليّة ضرب مختصَرة يظهر فيها نفس العامل عدّة مرّات.

- اِرجعوا إلى الصفّ/ السطر الأول الذي قمتم ببحثه في لوحة الشِّطْرَنْج.

تمعَّنوا في المربّع د1: ما هي القوّة التي تظهر في هذا المربّع؟ 2^3

كم يكون عدد الحبوب؟ 8

- في الصفّ/ السطر الأوّل، إذا قسمنا القُوى التي تظهر فيها (عدد الحبوب). في أيّ من المربّعات المختلفة نحصل على 8؟ سَجِّلوا كلّ الإمكانيّات.

ب1: ه1, ج1: و1, د1: ز1, ه1: ح1, أ1: د1 (الكبير على الصغير)

- أُكتبوا كلّ الإمكانيّات بصيغة القُوى.

$2^3:2^0$, $2^4:2^1$, $2^5:2^2$, $2^6:2^3$, $2^7:2^4$

- هل يمكنكم اعتبار هذه الإمكانيّات قانونية؟

في كل مربعين بفارق 3 أماكن، عندما نقسم المربع ذي القيمة الأكبر على المربع الأصغر نحصل على 8.

- ما التعميم الذي يمكن الوصول إليه؟

حين نقسم قُوى ذات أسس متشابهة نحصل على قوّة ذات نفس الأساس وأسّ هو الفرق بين آساس (جمع أُسّ) القُوى التي قمنا بقسمتها.

نشير إلى ذلك بالشكل التالي: $a^m : a^n = a^{m-n}$

يكون لدينا في الحالتين نفس الأساس وهو _ 2 أو a___، ولكنّ الآساس (جمع أُسّ) يمكن أن تكون أيّ رقم.

حاصل قسمة قوّتين لهما نفس الأساس تساوي قوّة لها نفس الأساس، وأسّها مساوٍ للفرق بين الأسَّين (وتحديدًا، يكون مساويًا للفرق بين أسّ القوّة التي في البسط وأُسّ القوّة في المقام).

أُكتبوا مثالًا آخر ذا أساس مختلف عن 2. $\frac{7^8}{7^3} = 7^5$

ما هو الحال بالنسبة إلى طرح القُوى؟

- تمعَّنوا في لوحة الشِّطْرَنْج مرّة أخرى، واحسبوا نتيجة التعبير الآتي: $2^1 - 2^3$. $2-8=6-$.

الرقم 6 لا يظهر في اللوحة، أيْ أنّه ليس نتيجة عملية الرفع إلى قوّة ذات أساس 2.

كما ويمكننا أن نلاحظ هذا الأمر بواسطة كتابة $2-2-2\cdot2\cdot2=2^3-2^2$

هل توجد عملية شاذة؟ –

- عمليّة الطرح "تكسِر" سلسلة الضرب، ولذلك، فإنّها لا تشكِّل اختصارًا لعمليّة الرفع إلى القوّة.

هل التعبيران الآتيان متساويان؟ لا

التعبير 1: $5^6 - 5^3$

التعبير 2: $5^6 : 5^3$

- أي من التعبيرين يمكن كتابته بشكل يمكّن من كتابته كأساس مع أسّ؟ $5^6:5^3=5^3$

يمكننا أن نطلع على تفسير آخر لقانون القُوى المذكور أعلاه بواسطة اختزال أرقام من البسط والمقام كما هو مبيّن في المثال الآتي:

$$\frac{4^5}{4^3} = \frac{4*4*4*4*4}{4*4*4} = 4*4 = 4^2$$

من المحبَّذ إجراء نقاش فيما يخصّ اختزال الكسور، ولماذا حين نختزل المقام تمامًا لا نحصل على 0، مثلًا، وإنما نحصل على 1 بواسطة اختزال عدد بنفسه، كذلك، في مجموعات متقدِّمة أو لمعلمين الذين ينفذون هذه الفعالية في الصفّ التاسع يمكن ملاحظة الحالات التي يكون فيها الأسّ في المقام أكبر منه في البسط، ولماذا في هذه الحالة توجد فعلًا أهمية لتسجيل الرقم 1 في البسط.

اِقترحوا مثالًا آخر يبيِّن الطريقة كما تم تمثيلها من قبل:

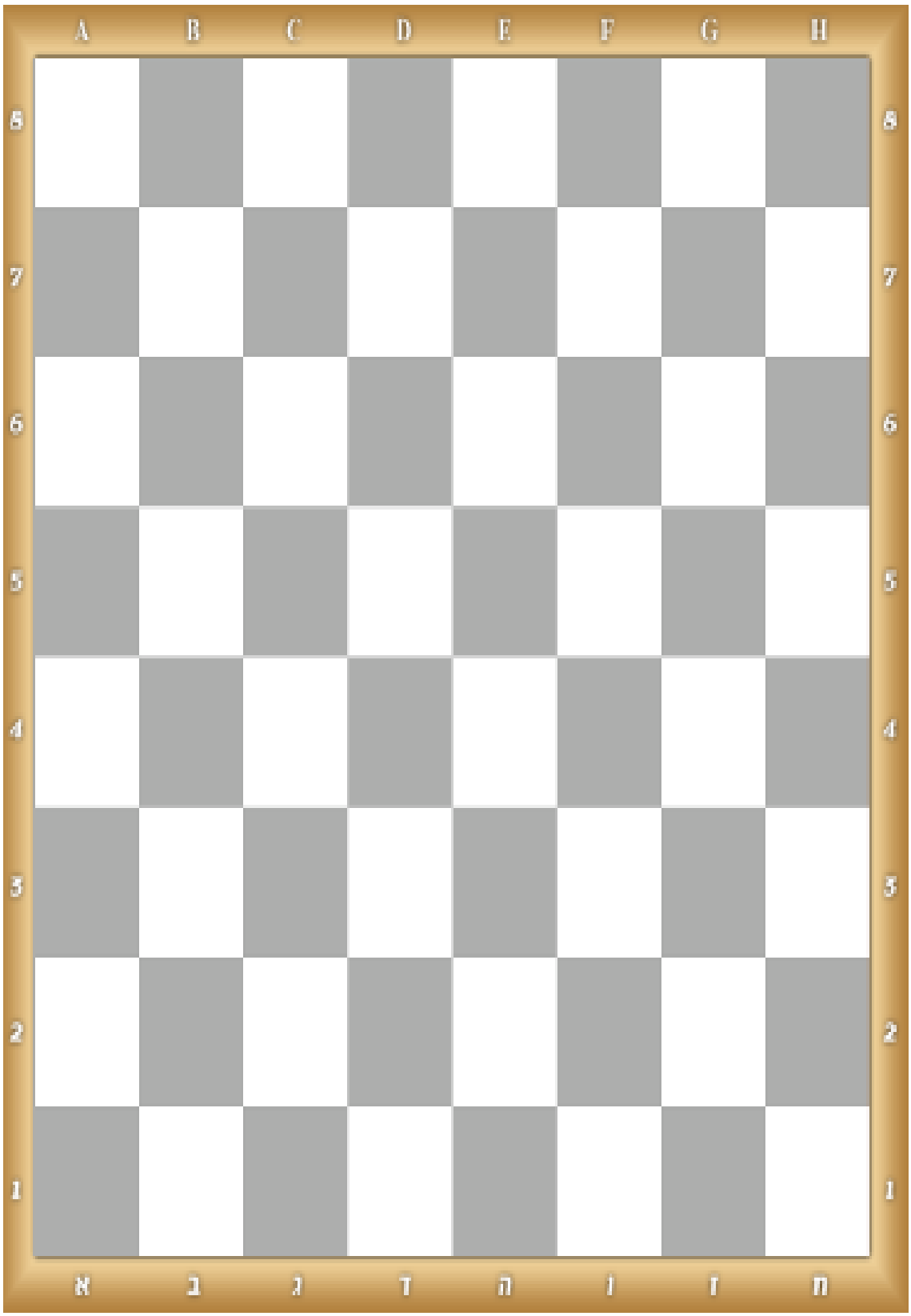
$$\frac{6^3}{6^2} = \frac{6*6*6}{6*6} = 6$$

لتلخيص الفعالية، شاهدوا فيلم "الجبر الأوّليّ – القوى" في الرابط التالي: https://bit.ly/2OzsLot

ملحَق للطباعة لوظائف التلاميذ:

الصفّ الأوّل في لوحة الشِّطْرَنْج:

لوحة الشِّطْرَنْج:



رسم توضيحيّ من: موقع الشِّطْرَنْج الإسرائيليّ