

מתכוננים לדיבייט: סימונים למושג הנגזרת

שכבת גיל

חטיבה עליונה

תקציר הפעילות

פעילות לסיכום נושא סימן הנגזרת והשימושים השונים במושג. פעילות זו מתבצעת בקבוצות. כל קבוצה תחקור סימון של מושג הנגזרת במתמטיקה שנכנס לשימוש בתקופה היסטורית כלשהי. התלמידים יחשבו על היתרונות והחסרונות של הסימון בשימושים השונים. אחר כך נציגים מכל קבוצה ינהלו דיון, שבו ינסו לשכנע זה את זה שהסימון העדיף הוא הסימון שאותו חקרו.

משך הפעילות

עבודה בזוגות של כ-20 דקות, ודיון כיתתי של כ-20 דקות. אפשר לערוך ברצף או לפצל לשיעורים שונים.

מטרות הפעילות

- להבנות את הידע בנושא הנגזרת.
- להכיר את הסימונים השונים של נגזרות במתמטיקה.
- להבין את הצורך בסימונים ובייצוגים שונים לאותו מושג.

מושגים מתוכנית הלימודים

נגזרת, פונקציה, חשבון דיפרנציאלי, תנועה, מהירות, נגזרת שנייה

מיומנויות

עיבוד נתונים, פרזנטציה, רפלקטיביות לתהליך הלמידה, הבניית ידע, שיתוף פעולה, בניית טיעון, חיפוש מידע

אופי הלמידה

צוותים

סוג הפעילות

פעילות להבניית נושא, פעילות לסיכום נושא

קישור לסרטון

· "הפרדוקס של הנגזרת": <http://bit.ly/2RLPSdu>

מה עושים?

את הסימון המתמטי לנגזרת שאתם מכירים הכניס המתמטיקאי הצרפתי ז'וזף-לואי לגראנז' בשנת 1797. אולם רעיון הנגזרת החל להופיע בכתבי המתמטיקאים כמאה שנים לפני כן. הועלו הצעות שונות לדרך כתיבת הנגזרת, ובמשך עשרות שנים לא הצליחו המתמטיקאים להסכים ביניהם על צורת הכתיבה. גם היום העולם המתמטי משתמש בסימונים שונים במקרים שונים.

לפניכם שניים מהסימונים הנוספים שהוצעו, של שניים מהגדולים ביותר בדברי ימי המתמטיקה:

- בשנת 1684 הציע גוטפריד לייבניץ את הסימון: $\frac{dy}{dx}$.
- בשנת 1732 הציע לאונרד אוילר את הסימון: $D_x f$.

התחלקו לזוגות או לקבוצות.

1. איזה מבין הסימונים עדיף לדעתכם? חשבו למשל על ההיבטים הבאים:

- האם נוח להתייחס לנגזרת כאל פונקציה בפני עצמה?
- האם נוח לסמן נגזרת בנקודה?
- האם נוח לסמן נגזרת שנייה?
- האם הסימון מבהיר את הקשר בין הנגזרת לשיפוע המשיק?
- אילו טעויות הסימון עלול ליצור?

2. קראו באינטרנט על המתמטיקאי שהציע את הסימון שבחרתם.

כעת ערכו דיון כיתתי פומבי, והכריעו איזה סימון עדיף לדעתכם. תוכלו להשתמש לשם כך במידע שמצאתם על המתמטיקאי, במחשבותיכם על השימושים השונים בנגזרת ובכל רעיון יצירתי אחר.

בסוף הדיון אפשר לסכם את התוצאות (למשל בטבלה, כפי שמוצג להלן לשם נוחות):

שם	ז'וזף-לואי לגראנז'	לאונרד אוילר	גוטפריד וילהלם פון לייבניץ
שנת סימון	1797	1732	1684
סימון נגזרת ראשונה	$f'(t), y'$ $f'(t), y'$	$D_x f$ $D_x f$	$\frac{dy}{dx},$ $\frac{d}{dx}y,$ $\frac{d}{dx}f(x)$ $\frac{dy}{dx}, \frac{d}{dx}y, \frac{d}{dx}f(x)$
סימון נגזרת שנייה	$f''(t), y''$ $f''(t), y''$	$D_x^2 f$ $D_x^2 f$	$\frac{d^2 y}{dx^2}$ $\frac{d^2 y}{dx^2}$
יתרונות	נוח מאוד לכתיבה ומאפשר (עם שינויים קלים) הכללה לנגזרות גבוהות (למשל $f^{(4)}(t)$ וגם לנגזרות של פונקציות עם כמה משתנים) למשל $f_{xy}f_{xy}$	מפשט מאוד כתיבה של משוואות שמערבות נגזרות, ומאפשר חישובים יעילים יותר.	ממחיש קשר בין משתנים, מדגיש את הקשר לשיפוע, מאפשר הכללה בקלות לנגזרות גבוהות וגם לנגזרות של פונקציות עם כמה משתנים.
חסרונות	מדגיש את התוצר ולא את התהליך ולכן עשוי לבלבל תלמידים. בנוסף לכך, הוא פחות ברור מהסימון של לייבניץ כשמסבירים את כלל השרשרת בגזירה.	פחות שימושי בנגזרות של פונקציות בכמה משתנים, ומדגיש את התהליך אך לא את התוצר ולא את הקשר לשיפוע.	מסורבל למדי ומקשה על ההתמצאות, במיוחד כשמחשבים את הערך של הנגזרת בנקודה או כשעובדים עם משוואות דיפרנציאליות. בנוסף לכך, הייצוג כמנה עשוי לגרום לתלמידים לנסות ולצמצם גדלים.
שימוש	הנגזרת היא פונקציה בפני עצמה – הערך שלה בנקודה כלשהי שווה לשיפוע של המשיק לפונקציה באותה נקודה.	הסימון הזה ממחיש שגזירה היא פעולה שנעשית על פונקציה, כלומר הנגזרת היא אופרטור הדיפרנציאל שמקבל פונקציה $f(t)$ ומחזיר פונקציה אחרת.	סימון זה מתמקד בייצוג הנגזרת כמתארת קשר בין שני משתנים, תלוי ובלתי תלוי. הסימון נראה כמנה של שני ביטויים שגודלם אפסי (אינפיניטסימלי) ויכול לייצג גם פעולה שנעשית על הפונקציה y (בדומה לדיפרנציאל D של אוילר).