

לומדים: הסודות של טריקים מתמטיים לכפל

שכבת גיל

חטיבת ביניים - כיתה ט'

חטיבה עליונה

תקציר הפעילות

בפעילות זו התלמידים יכירו "טריקים מתמטיים" – שיטות מקוצרות לביצוע חישובים מתמטיים פשוטים. התלמידים ינתחו את המקרים שבהם כל שיטה ניתנת להפעלה, ויחקרו את המנגנון האלגבריים העומדים בבסיסן. עיקר העבודה נעשית בזוגות. הפעילות מתאימה להעמקה בשימושים של אלגברה.

משך הפעילות

שני שיעורים

מטרות הפעילות

- תרגום תיאור מילולי של שיטה למספרים ואותיות.
- עבודה עם סמלים אלגבריים.

מושגים מתוכנית הלימודים

כפל, אלגברה, ספרת עשרות, ספרת יחידות

מיומנויות

רפלקטיביות לתהליך הלמידה; יישום ידע; שיתוף פעולה; בניית טיעון

אופי הלמידה

זוגות, כיתתי

סוג הפעילות

פעילות לפתיחת הנושא; פעילות להקניית הנושא

הכנות לקראת הפעילות

· לדאוג למקור להצגת הסרטון.

מה עושים?

הנחו את התלמידים להתחלק לעבודה בזוגות.

1.א. מה ערך המכפלה $21 \cdot 13$? פתרו בדרך הנוחה לכם.

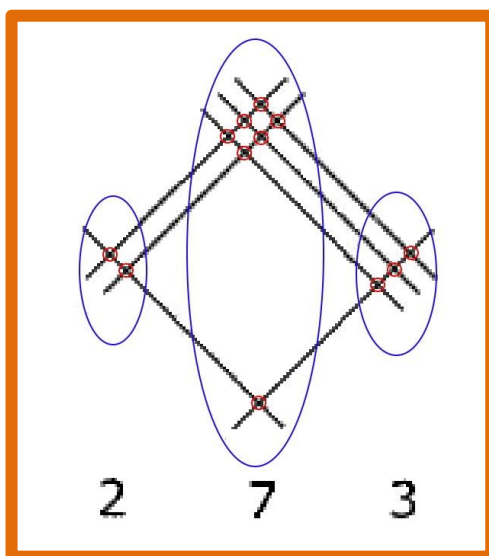
$273 = 21 \cdot 13$. סביר שרוב התלמידים יפתרו בעזרת כפל במאונך.

ב. צפו בסרטון "כפל מהיר בעזרת ציורי פסים" שבקישור הבא: <http://bit.ly/33k0wOy>. חשבו את ערך המכפלה

שבסעיף הקודם בעזרת השיטה המוצגת בסרטון.

כמה מכפלות חישבתם בדרך לתוצאה בסעיף הקודם? וכמה בשיטה המוצגת בסרטון?

בשיטה שבסרטון מייצגים כל אחד מהגורמים בעזרת קבוצות קווים מקבילים, כך שהקבוצות של גורם א' חותכות את הקבוצות של גורם ב'. כל ספרה מיוצגת על ידי מספר קווים ישרים, והכפל של ספרה בספרה מתבצע על ידי ספירת נקודות החיתוך. כך, מבצעים בדרך לתוצאה ארבע מכפלות בדיוק כמו בכפל במאונך.



ג. חברו תרגיל כפל של מספר תלת-ספרתי במספר דו-ספרתי. האם השיטה עדיין נוחה לשימוש?
 כאשר כל הספרות קטנות (מתחת ל-5), שיטת החישוב בעזרת פסים עדיין נוחה למדי.

ד. חברו תרגיל כפל של שני מספרים דו-ספרתיים, שבהם כל הספרות גדולות מ-5. האם השיטה עדיין נוחה לשימוש?
 כאשר רוב (או כל) הספרות גדולות מ-5, מספר ההצטלבויות נעשה גדול מאוד ופחות נוח לחישוב.

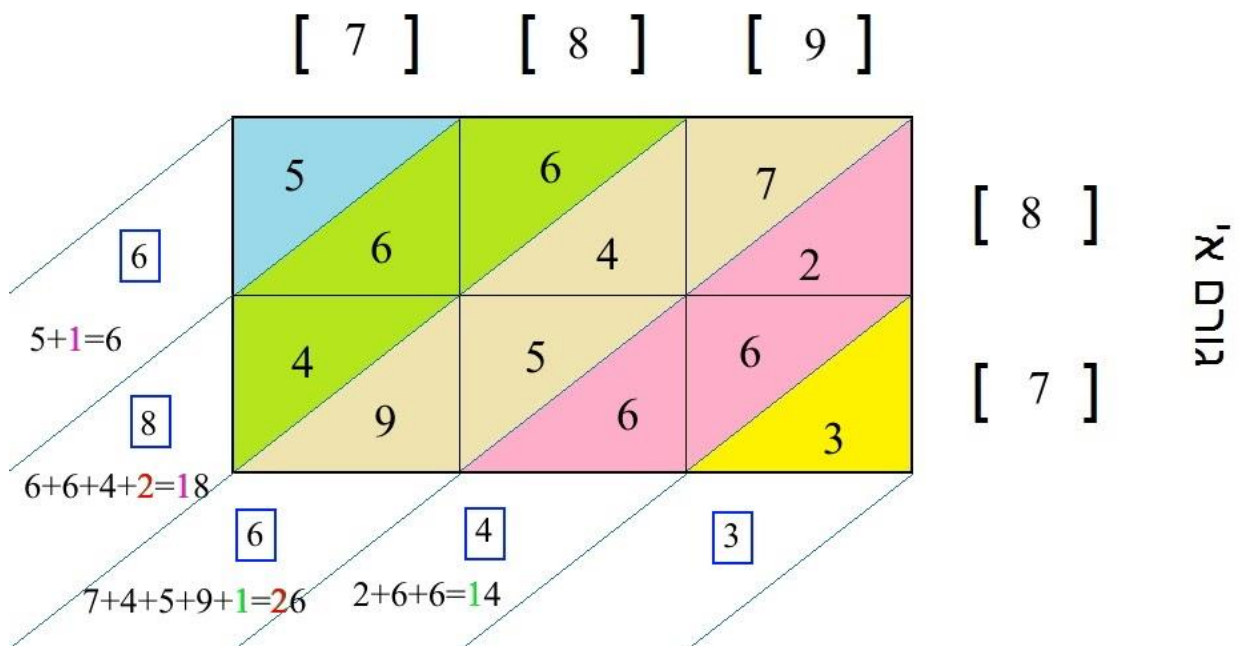
ה. חברו תרגיל כפל של מספר תלת-ספרתי במספר דו-ספרתי, שבהם כל הספרות גדולות מ-5. האם השיטה עדיין
 נוחה לשימוש?

כאן המצב עוד יותר מסורבל מאשר בסעיף הקודם, מאחר שמספר הספרות גדל ואיתו מספר ההצטלבויות שיש
 לספור.

ו. עבור התרגיל שחיברתם בסעיף ה', חשבו את המכפלה בעזרת שיטת הרשת (ראו דוגמה בסוף ההסבר עבור
 המכפלה $87 \cdot 789 = 68,643$):

- (1) שרטטו טבלה ובה שתי שורות (כמספר הספרות בגורם א') ושלוש עמודות (כמספר הספרות בגורם ב').
- (2) כתבו בכל תא את המכפלה של שתי הספרות המתאימות – בעמודה ובשורה, כך שספרת העשרות מעל
 הקו האלכסוני וספרת היחידות מתחתיו.
- (3) סכמו את המספרים באלכסון.
- (4) אם הסכום באלכסון כלשהו גדול מ-9, ספרת האחדות שלו היא התוצאה המבוקשת, וספרת העשרות
 מתווספת לסכום באלכסון שמשמאלו.
- (5) הספרות שקיבלתם מרכיבות את התוצאה, לפי הסדר שבו הן רשומות (משמאל לימין).

גורם ב'



2. בשאלה הקודמת למדנו על שיטת הרשת.

א. מהי התוצאה הגדולה ביותר שיכולה להתקבל לאורך אלכסון כלשהו בשיטה זו? האלכסון האמצעי הוא הארוך ביותר (ארבעה ערכים נסכמים). אם כולו מורכב מתשעיות, אז ערכו הוא 36 – הגדול ביותר האפשרי.

ב. מנו שני יתרונות ושני חסרונות של שיטה זו לעומת שיטת הפסים ולעומת שיטת הכפל במאונך. יתרונות על פני שיטת הפסים: דורשת פחות מקום על הדף, מהירה יותר, נוחה יותר לכתיבה, יותר ברור אילו קבוצות יש לסכום בכל שלב. חסרונות לעומת שיטת הפסים: פחות ויזואלית, פחות אינטואיטיבית. יתרונות על פני שיטת הכפל במאונך: אינה דורשת היסט בכל שורה בחישוב, ניתנת לחישוב משמאל או מימין. חסרונות לעומת שיטת הכפל במאונך: תוצאות הביניים מכילות לעתים מספר דו-ספרתי בתור ספרת העשרות/יחידות, החישוב באלכסון עשוי לבלבל.

3. ניתן להיעזר באצבעות כדי למצוא כפולות של המספרים 6–10. נמצא למשל את ערך המכפלה $6 \cdot 8$:
(1) נייצג את המספר 6 על ידי הרמת אצבע אחת ביד ימין ($5 + 1 = 6$), ואת המספר 8 נייצג על ידי הרמת שלוש אצבעות ביד שמאל ($5 + 3 = 8$).
(2) ספרת העשרות של התוצאה היא סכום האצבעות המורמות ($3 + 1 = 4$), כלומר 4.
(3) ספרת היחידות של התוצאה היא מכפלת האצבעות המכופפות בכל יד ($2 \cdot 4 = 8$), כלומר 8.
(4) סה"כ התוצאה היא 48.

א. חשבו בעזרת שיטה זו את ערך המכפלות הבאות: $7 \cdot 9$, $8 \cdot 10$, $6 \cdot 7$. האם הכללים לעיל מספיקים, או שיש צורך בכללים נוספים?
 $7 \cdot 9$ – שתי אצבעות מורמות ביד ימין, ארבע מורמות ביד שמאל, לכן התוצאה היא 63.
 $8 \cdot 10$ – שלוש אצבעות מורמות ביד ימין, חמש ביד שמאל, לכן התוצאה היא 80.
 $6 \cdot 7$ – אצבע אחת ביד ימין, שתיים ביד שמאל. ספרת העשרות 3 וספרת היחידות 12, לכן סה"כ נקבל 42.
הדוגמה האחרונה מראה שכדאי להוסיף כלל שלפיו אם חישוב ספרת היחידות מניב מספר שגדול מ-9, אזי יש להוסיף את ספרת העשרות שלו לספרת העשרות של התוצאה.

ב. כיצד ניתן להשתמש ב"טריק" הזה עבור כפולות של המספר 5?
אם אחד הגורמים הוא 5, אז לא נרים אצבעות ביד ימין – אפס אצבעות – ונמשיך כמו קודם.

ג. האם ה"טריק" יעיל גם עבור כפולות של מספרים קטנים יותר?
הכללים הרשומים לעיל רלוונטיים רק עבור מספר אי-שלילי של אצבעות המורמות מעלה. ניתן להרחיב את השיטה על ידי התייחסות לאצבעות המצביעות מטה בתור מספרים שליליים. כך למשל, במכפלה $4 \cdot 8$, נוכל לייצג את 4 על ידי הורדת אצבע אחת ביד ימין, דהיינו 6 אצבעות מכופפות (עבור 5 היו 5 אצבעות מכופפות, ולכן עבור 4 תהיינה 6). כעת מספר האצבעות המורמות הוא $2 = (-1) + 3$ ולכן ספרת העשרות היא 2. מכפלת האצבעות המכופפות היא $12 = 2 \cdot 6$, לכן סה"כ התוצאה היא $32 = 12 + 20$.

ד. מצאו נוסחה מתאימה עבור ה"טריק".

נסמן ב-R את מספר האצבעות המורמות ביד ימין, L מספר האצבעות המורמות ביד שמאל. לכן הביטוי $R+L$ מייצג את מספר האצבעות המורמות, כלומר ספרת העשרות. מספר האצבעות המכופפות בכל יד משלים ל-5, לכן מכפלתן היא הביטוי מכפלתן היא הביטוי $[(5-R) \cdot (5-L)]$. לכן, הנוסחה אומרת למעשה שמתקיים השוויון הבא:
$$(5+R) \cdot (5+L) = 10(R+L) + [(5-R) \cdot (5-L)]$$
. ניתן לאמת שוויון זה על ידי פתיחת סוגריים ופישוט.

כל הזכויות שמורות למכון דוידסון לחינוך מדעי ליד מכון ויצמן למדע ע.ר.

בכפוף לתנאי השימוש, מותר השימוש בתכנים הלימודיים שבאתר (מערכי שיעור, מצגות, פעילויות וכו'), חאת לצרכי הוראה ולימוד עצמי שלא לתכלית מסחרית, בכפוף לכל דין ובכפוף למתן קרדיט, ובלבד שאם נעשה שינוי בתכנים, יצויין מפורשות שהשינוי אינו במקור. למעט האמור אין להשתמש באתר לרבות בתכנים שבו לכל מטרה אחרת ולרבות לתכלית מסחרית ללא אישור מכון דוידסון מראש ובכתב.