

מתנסים: מדוע חשוב לחסן?

שכבת גיל

חטיבת ביניים
חטיבה עליונה

תקציר הפעילות

בפעילות זו התלמידים ישחקו משחק קבוצתי המדמה התפשטות מגפות. הם יעזרו בידע שלהם על סדרות הנדסיות וגידול מעריכי כדי לנתח את המתמטיקה העומדת בבסיס אסטרטגיות שונות לחיסון האוכלוסייה למניעת מגפות. חלק מהפעילות דורש מיומנות אלגברית טובה, ועשוי שלא להתאים לתלמידי חט"ב. פעילות זו מספקת העשרה גם לגבי אפידמיולוגיה ולגבי מודלים מתמטיים של התפשטות מגפות.

משך הפעילות

שני שיעורים

מטרות הפעילות

- להבין את משמעות המושג "חסינות העדר" – איך חיסונים יכולים למנוע ממחלה להתפשט ולהפוך למגפה.
- לראות דוגמה ליישום של סדרות הנדסיות ושל גדילה מעריכית בתחום הרפואה.

מושגים מתוכנית הלימודים

אלגברה, סדרות, סדרה הנדסית, גדילה מעריכית, קצב שינוי

מיומנויות

רפלקטיביות לתהליך הלמידה, הבניית ידע, יישום ידע, שיתוף פעולה, רישום תצפיות

אופי הלמידה

צוותים, כיתתי

סוג הפעילות

- פעילות לפתיחת הנושא
- פעילות להקניית הנושא
- פעילות לסיכום הנושא

הכנות לקראת הפעילות

עבור כל קבוצה יש לדאוג לצידוד הבא:

- לוח שחמט.
- שלוש חבילות של 64 אסימונים בצבעים שונים. בכל חבילה יש שני צבעים, על פי החלוקה הבאה:
חבילה א': 32/32, חבילה ב': 16/48, חבילה ג': 8/56.
- קובייה בת שמונה פאות (או לחלופין שמונה פתקים ממוספרים מ-1 עד 8).

מה עושים?

חלקו את הכיתה לקבוצות. מומלץ שבכל אחת יהיו לא יותר מחמישה תלמידים.

במשחק הבא תתנסו בשלוש אסטרטגיות לחיסון האוכלוסייה נגד מחלה מסוימת. לאחריו ננהל דיון קצר על המשמעות של קבלת חיסון. לפניהם לוח שחמט, קובייה בת שמונה פאות (או שמונה פתקים ממוספרים מ-1 עד 8).

שלב א' – מגפה לפניך!

חלקו לתלמידים את החבילות שבהן יחס האסימונים הוא 1:1.

בחבילה שלפניהם יש 64 אסימונים בשני צבעים: 32 אסימונים המסמלים אנשים מחוסנים, ו-32 אסימונים המסמלים אנשים שמועדים לחלות (שעלולים להידבק במחלה).

1. פתחו את החבילה ופזרו את האסימונים על לוח השחמט באקראי, כך שיהיה אסימון אחד על כל משבצת והצבעים מעורבבים. שרטטו טבלה עם שלוש עמודות: מספר הסיבוב, מספר האנשים שנדבקו, ואם יש בסוף הסיבוב אנשים לא-מחוסנים ובריאים. ראו לדוגמה את הטבלה הבאה:

מספר הסיבוב	מספר האנשים שנדבקו	האם יש בסוף הסיבוב אנשים לא-מחוסנים ובריאים? (כן/לא)
1		
2		
3		

2. הטילו את הקובייה פעמיים כדי לקבוע מיהו ה"אדם" – האסימון הראשון שנחשף למחלה: ההטלה הראשונה קובעת את השורה, וההטלה השנייה קובעת את העמודה. למשל, אם הטלתם את הרצף "הטלה ראשונה 3, הטלה שנייה 8", אז מדובר בשורה 3, עמודה 8.
- (לחלופין, אם אין ברשותכם קובייה בת שמונה פאות, הכינו שמונה פתקים ממוספרים מ-1 עד 8. ערבבו את הפתקים היטב, בחרו באקראי פתק אחד מתוכם, החזירו אותו לערימה, ערבבו שוב ובחרו פתק נוסף. הפתק הראשון קובע את השורה, והפתק השני קובע את העמודה.)
3. אם האסימון הראשון שנחשף למחלה מסמל אדם מחוסן – ברוכי! סביר שהמחלה לא תתפשט. שרדתם את הסיבוב הנוכחי. כתבו בטבלה שבסיבוב זה "מספר האנשים שנדבקו הוא אפס", סמנו V בעמודה המתאימה, וחזרו לשלב 2.
- אם האסימון הראשון שנחשף למחלה מסמל אדם לא-מחוסן, הורידו את האסימון ה"חולה" מהלוח. ארבעת האסימונים הסמוכים לו (מעל, מלמטה, משמאל ומימין) נחשפו גם הם למחלה, ולכן אם לא חוסנו, הם נדבקו. הורידו גם אותם מהלוח וחזרו על שלב זה עד שהמגפה מסתיימת (כלומר עד שכל האסימונים שנחשפו למחלה מסמלים אנשים מחוסנים). כתבו במחברותיכם את מספר האנשים שנדבקו במחלה בסיבוב זה, סמנו V אם חלק מהאנשים הלא-מחוסנים נותרו בריאים, החזירו את האסימונים שהורדתם וחזרו לשלב 2.
4. המשיכו לבצע את שלבים 2-3 עד שהמורה מנחה אתכם לעצור.
- כשמרבית הקבוצות סיימו לבצע את ארבעת הסעיפים הנ"ל, חלקו לתלמידים את החבילות שבהן יחס האסימונים הוא 1:3.**
5. החזירו למורה את החבילה שבידיכם וקבלו מהמורה חבילה ובה 48 אסימונים המסמלים אנשים מחוסנים, ו-16 אסימונים המסמלים אנשים פגיעים. חזרו על שלבים 1-4 לעיל.
- כשמרבית התלמידים סיימו לבצע את החלק הנ"ל, חלקו לתלמידים את החבילות שבהן יחס האסימונים הוא 1:7.**
6. החזירו למורה את החבילה שבידיכם וקבלו מהמורה חבילה ובה 56 אסימונים המסמלים אנשים מחוסנים, ושמונה אסימונים המסמלים אנשים פגיעים. חזרו על שלבים 1-4 לעיל.
7. חשבו את המספר הממוצע של אנשים שנדבקו עבור כל אחת משלוש החבילות. באיזו חבילה היו יותר מקרים שבהם אנשים לא מחוסנים לא נדבקו ($V =$ סימולציות שבהן סימנתם)?
- השאלות בשלב ב' מיועדות ראשית למענה של התלמידים בקבוצות, כדי שיגיעו מוכנים לדיון. לאחר מכן מומלץ לדון בשאלות אלו במליאה בהנחיה שלכם. אנא נסו לכוון את התלמידים להצדיק את תשובותיהם תוך כדי שימוש במונחים מתמטיים.**

שלב ב' – דיון כיתתי

- לקראת דיון במליאה, השיבו על השאלות הבאות בעצמכם (השתמשו במונחים המתמטיים מתאימים, כגון אחוז, פיזור באוכלוסייה, הסתברות, אקראי).
8. בחלק מהסידורים של לוח המשחק ייתכן שמספר האנשים שנדבקו היה גדול בהרבה (או קטן בהרבה) מהממוצע הכיתתי. מה המשמעות של מקרים כאלו?
- המשמעות היא שלא מספיק לדרוש שאחוז מסוים מהאוכלוסייה יהיה מחוסן, אלא צריך שהפיזור של הציבור המחוסן יהיה יחסית אחיד באוכלוסייה. במילים אחרות, אנו מדברים על ההסתברות שאדם אקראי שנדגום מתוך האוכלוסייה יהיה מחוסן.
9. מה המשמעות במציאות של סימולציות שבהן סימנתם V ?

זוהי דוגמה לחסינות העדר: גם אנשים שאינם יכולים להתחסן מסיבות מסוימות (למשל, אנשים בעלי מערכת חיסונית פגועה או שעברה דיכוי, זקנים שמערכת החיסון שלהם נחלשה, או תינוקות שצעירים מכדי להתחסן) עדיין מקבלים הגנה מסוימת אם חלק גדול מהאוכלוסייה מחוסן. ככל שהחלק באוכלוסייה גדול יותר, כך ההגנה טובה יותר.

10. מה הסכנה במצב שבו אנשים נמנעים באופן מכוון מקבלת חיסון?

אם שיעור גדול של אנשים בוחרים שלא לקבל חיסון מסיבות אידאולוגיות, אזי יותר אנשים עלולים להידבק במחלה ולהדביק אנשים שמערכת החיסון שלהם חלשה.

11. במשחק קבענו כי כל אדם חולה מדביק ארבעה אנשים. כמה צעדים דרושים כדי להדביק את כל אזרחי מדינת ישראל במחלה עם קצב הדבקה כזה?

במדינת ישראל יש כ-7.5 מיליון אזרחים, לכן נפתור את התרגיל $9,000,000 < 4^x$ ונקבל $x > 11.551$ (לחלופין, אפשר לבקש מהתלמידים למצוא בעזרת מחשבון מספר טבעי קטן ככל האפשר, שאם נעלה את 4 בחזקתו נקבל תוצאה גדולה מ-9 מיליון). כלומר, בתוך תריסר שלבים אפשר להדביק, תיאורטית, את כל אוכלוסיית המדינה במחלה. לתלמידים שמכירים את המונחים גדילה מעריכית או סדרה הנדסית אפשר לספר שזוהי דוגמה לתהליך של גידול מעריכי, שניתן גם לייצוג כסדרה הנדסית.

מומלץ לקיים דיון במליאה רק לאחר שהתלמידים מסיימים להשיב על שאלות 8–11, ולא קודם לכן. יש מספר דגשים לדיון:

- בשאלה 8 כדאי להתייחס למדדים של פיזור (ממוצע, שכיח, חציון) ולמושג של דגימה אקראית.
- בשאלה 9 כדאי להתייחס במפורש למושג חסינות העדר ולהסביר אותו.
- בשאלה 10 כדאי להזכיר דוגמאות רלוונטיות, ואולי גם להביא גזרי עיתונים מהשנים האחרונות (למשל - התפשטות מגפת החצבת). בשאלה 11 מומלץ לפתור את השאלה על הלוח ולהזכיר את המושגים המתמטיים הרלוונטיים.
- שאלה 12 מומלצת לכיתות שבהן תלמידים בעלי מיומנות אלגברית טובה. ייתכן שאינה מתאימה לתלמידי חטיבת ביניים. ניתן להתייחס גם אליה בדיון בכיתות מתאימות.

שאלת אתגר: נסמן N =מספר האנשים באוכלוסייה; v =החלק היחסי של האוכלוסייה שקיבל את החיסון; R_0 = קצב ההדבקה של המחלה באוכלוסייה.

איזה חלק מהאוכלוסייה צריך להיות מחוסן במקרה שבו $R_0=4$?

על פי הסימונים שלנו, מספר האנשים הפגיעים למחלה הוא $(1-v) \cdot N$, ומספר האנשים הדרושים להתפשטות המגפה הוא $\frac{N}{R_0}$ לפיכך נרצה שיתקיים $(1-v) \cdot N \leq \frac{N}{R_0}$. נסדר ונקבל $1 - \frac{1}{R_0} \leq v$.

בפרט, עבור $R_0=4$ נקבל שלפחות $\frac{3}{4}$ מהאוכלוסייה צריכה להיות מחוסנת כדי שיתקיים אפקט חסינות העדר.

לאחר הדיון

צפו בסרטון "המתמטיקה של המגפות" שבקישור: <http://bit.ly/2DS5gk1> כדי ללמוד עוד על דרכים שבהן המתמטיקה מסייעת להתמודד עם מגפות. במהלך הצפייה שימו לב לתופעות המוגדרות בתור "מגפה" ובתור "וירוס" (נגיף), לתחומים המתמטיים שבהם נעשה שימוש כדי לחקור את התפשטות המגפות, ולהנחות המקילות שבהן משתמשים חוקרים כדי להצליח להשיב על השאלות הרלוונטיות.

כדאי לסכם את הפעילות ואת הסרטון בכמה משפטים שאותם יהיה לתלמידים קל לזכור. סיכום אפשרי: על מנת לבלום התפרצות של מגפה, מספיק לחסן רק חלק מהאוכלוסייה. במילים אחרות, קבלת חיסון זו אחריות חברתית של כולנו כלפי אנשים שאינם יכולים להתחסן ולהגן על עצמם.

גודל החלק תלוי בפרמטר R_0 המבטא מספר מאפיינים של המחלה. למשל, במקרה של חצבת מתקיים $12 < R_0 < 18$, ולכן $\frac{11}{12} \leq v \leq \frac{17}{18}$, כלומר יש לחסן 92%–94% מהאוכלוסייה.

נשתמש כאן שוב בנוסחה שבנינו בסעיף 12 עבור סף החיסון: $v \leq \frac{R_0 - 1}{R_0}$.