

מוצאים מקום מיטבי: מקסימום מוחלט

מטרות הפעילות

- לנתח את בעיית המקום המיטבי של דוכן הגלידה בכלים מתמטיים אנליטיים.
- להפעיל את הכלים של אינטגרל ופונקציה קדומה כדי למצוא מקסימום מוחלט.

מושגים מתוכנית הלימודים

אינטגרל, פונקציה קדומה, בעיות קיצון, פרמטרים

מיומנויות

טיפול במידע, יישום ידע, פתרון בעיות וקבלת החלטות, רפלקטיביות לתהליך הלמידה, שימוש בייצוגים שונים

מה עושים?

- צפו בסרטון המצורף על הדרך שבה תורת המשחקים מנתחת את המיקום האופטימלי לדוכני גלידה בחוף.
- כעת ננתח מצב דומה, אך מורכב יותר, בכלים של פונקציות. בסרטון לא הייתה התייחסות לשאלת פיזור המתרחצים בחוף. נניח שרצועת החוף באורך קילומטר מתחילה ב- $x=0$ ומגיעה עד $x=1$. הפונקציה $f(x)$ מתארת את השתנות ערך (במונחי מכירת גלידה) בכל נקודה בחוף. למשל, מקום שבו יושבת משפחה עם הרבה ילדים קטנים יהיה בעל ערך גבוה, ומקום שבו יושב זוג שלא אוהב גלידה יהיה בעל ערך נמוך. לשם הפשטות, נניח שהפונקציה הזאת רציפה.
- שימו לב: אין לנו ביטוי אלגברי עבור הפונקציה הזו, או מידע על צורתה. אולם עדיין רק לפי הנתונים הללו אנחנו יכולים לדעת לגביה משהו. חשבו על הסעיפים השונים של חקירת הפונקציה: באיזה מהם אנחנו יכולים להסיק מסקנה גם על סמך מיעוט הנתונים שיש לנו?
- בן הדוד שלכם כבר מיקם את דוכן הגלידה שלו בנקודה $x=a$. נניח שאתם צריכים למקם את הדוכן שלכם מימינו, בהמשך החוף, בנקודה $x=b$ כלשהי, כלומר $(b>a)$. מה הם כל ערכי x לאורך החוף שהרווח מהם יגיע אליכם? זכרו: כל אדם בחוף קונה גלידה מהדוכן הקרוב יותר אליו.
- ניתן לחשוב על הרווח המצטבר לאורך רצועת חוף כעל השטח שמתחת לגרף הפונקציה $f(x)$. כתבו ביטוי מתמטי המתאר את סך כול הרווחים שלכם לאחר מיקום הדוכן.

6. כתבו ביטוי לרווח מרצועת החוף במונחי הפונקציה הקדומה, $F(x)$. מה אפשר להסיק עליה מהתשובה שלכם לסעיף 3? אם נניח בנוסף לכך שהחוף לא ריק, האם תשובתכם תשתנה?
7. כעת נחשוב על השאלה כבעיית קיצון. אנחנו רוצים שהרווח שלנו מרצועת החוף יהיה מרבי. איזו נקודת קיצון אנחנו מחפשים, מקומית או מוחלטת? איזה מהנעלמים הוא פרמטר קבוע, ואיזה משתנה נתון לשליטתנו?
8. כעת ענו על השאלה: מה צריך להיות ערך המשתנה כדי לקבל רווח מקסימלי? ומה המשמעות של זה למיקום דוכן הגלידה שלכם? השלימו:
 הביטוי שאנו מחפשים את ערכו המקסימלי הוא:
 הפונקציה הקדומה אי-חיובית / אי-שלילית ולכן:
 הפונקציה הקדומה לא עולה / לא יורדת ולכן:
 המשתנה שלנו הוא a/b ואילו a/b הוא פרמטר קבוע. לכן נרצה ש a/b יהיה קטן / גדול ככל האפשר. ומכיוון שנתון כי $b > a$ נוכל להסיק שכדי להגדיל ככל האפשר את הרווח:
9. מה הקשר בין התוצאה שקיבלתם כאן למסקנה בסרטון?