

חוקרים: המתמטיקה המסתתרת בפסל "הגדרת הפירמידה"

שכבת גיל

חטיבה עליונה

תקציר הפעילות

פעילות חקר מתמטי על פסל "הגדרת הפירמידה", שכוללת שאלות על פי תוכנית הלימודים בנושאים מעורבים. התלמידים יעבדו בקבוצות של 3 – 5 תלמידים. לאחר צפייה בסרטון המציג את הפסל, התלמידים יחשבו אורכים חזויות וימצאו אורכים מיוחדים בבנייה. הפעילות מתרגלת נושאים בגיאומטריה מתוכנית הלימודים: משפט פיתגורס, חישובי זוויות ומשפטים יסודיים נוספים. השאלות מתרגלות חישובים בנושאים אלו, אבל בהקשר ובמצב חדשים. הפעילות נעזרת בצורה תלת-ממדית בגירוי ללמידה, אולם אין צורך בהיכרות על משפטים בנושאי גיאומטריה במרחב, והפעילות אינה מתרגלת נושא זה. הפעילות כוללת חמש משימות ברמת קושי עולה.

משך הפעילות

שיעור כפול

מטרות הפעילות

· לחקור את התכונות המתמטיות של פסל "הגדרת הפירמידה".

מושגים מתוכנית הלימודים

משולשים, מלבן, טרפז, משפט פיתגורס, פירמידה.

מיומנויות

בניית טיעון, טיפול במידע, יישום ידע, שימוש בייצוגים שונים

אופי הלמידה

בקבוצות

סוג הפעילות

פעילות לסיכום הנושא

קישורים לסרטונים

כל אחד מהסרטונים הבאים:

· "הפסל 'הגדרת הפירמידה': <https://bit.ly/38R5Oqv>

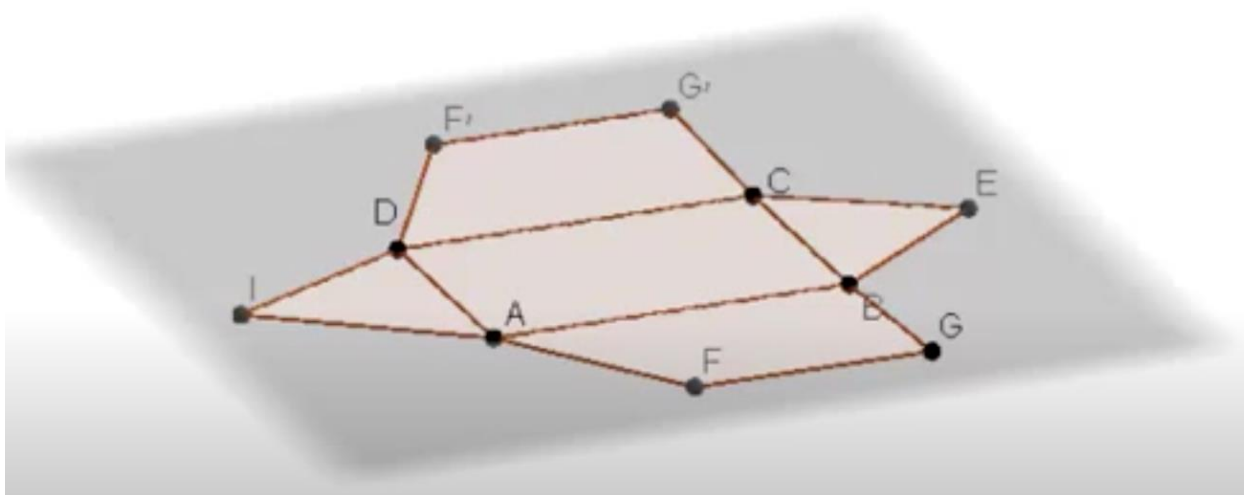
· "אנימצית קיפול הפריסה": <https://bit.ly/3l1t1Z2>

הכנות לקראת הפעילות

- מקרן, מחשב לצפייה בסרטון.
- מומלץ שלתלמידים תהיה גישה אישית (או בקבוצות קטנות) לאנימציה של פריסת הצורה, דרך מחשבים אישיים או טלפונים ניידים. אם הדבר לא מתאפשר, כדאי להדפיס את תמונת הפריסה ולחלקה לתלמידים.
- מכינים מספר סטים של קלפים, כמספר קבוצות התלמידים בכיתה.

מה עושים?

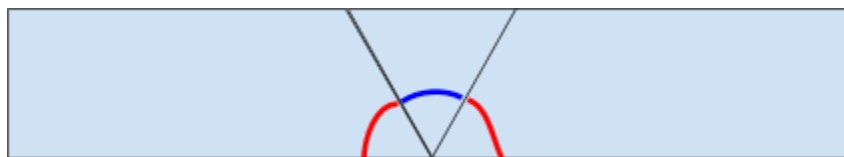
1. צפו בסרטון המציג את פסל "הגדרת הפירמידה", ובאנימציה של פריסת הצורות. לפניכם תמונתה לאחר ה"פתיחה" שלה:



מתוך הסרטון: "אנימצית קיפול הפריסה".

2. ידוע לנו ששתי הצורות יוצרות בחלל ביניהן פירמידה. מה אפשר להסיק מכך על הצורות עצמן? אילו צלעות שוות לאחרות? האם יש זוויות שניתן למצוא מהנתון הזה?
· תשובה: DAI הוא משולש שווה צלעות, שזוויותיו שוות 60 מעלות.
3. אפשר למצוא גם את זווית FAB, אבל לשם כך נצטרך להתבונן בשתי הצורות יחד. שרטטו סקיצה של הפסל מהצד, ומצאו את זווית FAB.

· כרמז, אפשר לתת את התמונה מהצד, וכך היא תיראה:



· השלבים הדרושים להיסק הם (אפשר לתת גם אותם כרמזים):

1. הזווית הכחולה שווה 60 מעלות בגלל הפירמידה.
2. שלוש הזוויות יוצרות קו ישר, שהוא 180 מעלות.
3. שתי הזוויות האדומות שוות זו לזו, כי שתי הצורות זהות. לכן כל אחת מהן שווה 60 מעלות.
4. זווית FAB שבשרטוט הפריסה מתאימה לזווית האדומה.

4. נתונים נוספים: אורך $BC = 2$, הבסיס התחתון (ABCD) הוא מלבן, הצדדים הם טרפזים ישרי זווית. הוכיחו כי גובה הטרפז הוא שורש 3 המדעי.

- המפתח הוא להבין איך משתמשים בנתון על BC. טעות נפוצה היא להניח שמשולש BCE הוא גם שווה צלעות, בעוד שהוא רק שווה שוקיים.
- הבסיס הוא מלבן, לכן $BC = AD$.
- הראינו קודם שמשולש ADI הוא שווה צלעות כפאה של הפירמידה, ולכן גם $DI = AD = 2$.
- כשמקפלים את הצורה לתלת-ממד, רואים ש: $AF = AI$. אפשר לתת תחילה, כמשימת "מדרגה", למצוא את אורך AI.
- אם מורידים את גובה הטרפז מנקודה F, בשילוב עם הזווית שחישבנו בשאלה הקודמת, אזי נקבל משולש ישר זווית, שזוויותיו 90-60-30, ואורך היתר שלו הוא 2. חישוב באמצעות משפט פיתגורס או טריגונומטריה ייתן לנו את אורך הגובה: שורש 3.

5. בנוסף לאורך ששווה לשורש 4 ושורש 3, הראו כי לאחת הצורות שבשרטוט יש גובה באורך שורש 2. זהו אורך הגובה של המשולש ה"אחורי" BCE.

- אורך BC נתון, ושווה ל-2.
- אורך שתי השוקיים BE ו-CE שווה (בגלל הקיפול) לאורך BG. אבל אורך BG הוא בדיוק הגובה שחישבנו בסעיף הקודם.
- קיבלנו משולש שווה שוקיים עם בסיס באורך 2 ושוקיים באורך שורש 3. חישוב על ידי פיתגורס יראה שהגובה במשולש כזה יהיה באורך שורש 2.