

שורשים מכל מיני כיוונים: חוקי שורשים

שכבת גיל

חטיבת ביניים – כיתה ט'
חטיבה עליונה – כיתה י' – י"ב

תקציר הפעילות

בפעילות זו התלמידים ייחשפו לתרגילי שורשים ויתנסו בהם, תוך כדי שימוש בידע בנושאים נוספים, כגון נוסחאות כפל מקוצר ומשפט פיתגורס: זאת במטרה להראות את השימושים השונים לחוקי שורשים על תחומי מתמטיקה מגוונים.

משך הפעילות

שיעור אחד - שניים

מטרות הפעילות

- ליישם חוקי שורשים על תרגילים המשלבים את משפט פיתגורס, נוסחאות הכפל המקוצר ופונקציות.
- להבין את משמעות השורש.
- להגיע להכללות בחוקי שורשים.

מושגים מתוכנית הלימודים

מספרי, אלגברה, חזקה, מעריכים רציונליים, פיתגורס, שברים, שורשים, פישוט ביטויים, נוסחאות כפל מקוצר.

מיומנויות

רפלקטיביות לתהליך הלמידה, הבניית ידע, יישום ידע, השערת השערות.

אופי הלמידה

זוגות

סוג הפעילות

פעילות סיכום נושא

קישורים לסרטונים

כל אחד מהסרטונים הבאים:

- "פישוט ביטויים הכוללים שורשים": <https://bit.ly/2Boz8Do>
- "המחשה למשפט פיתגורס": <https://bit.ly/2GHa4ej>

- "נוסחה של ריבוע הסכום": <https://bit.ly/2TFMjXS>
- "נוסחה של ריבוע ההפרש": <https://bit.ly/2GsuUxT>
- "הנוסחה השלישית": <https://bit.ly/2Sic5om>

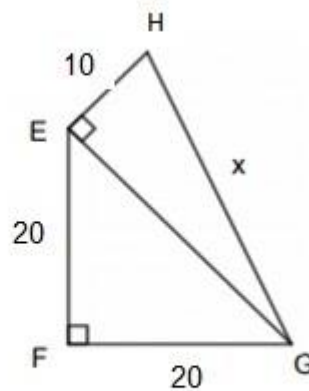
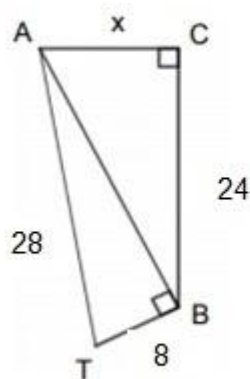
הכנות לקראת הפעילות

לדאוג למקור לצפייה בסרטים במליאה בכיתה.

מה עושים?

תחילה הציגו לכיתה את הסרטון "פישוט ביטויים הכוללים שורשים": <https://bit.ly/2Boz8Do>.

1. נתונים שני מרובעים המורכבים כל אחד משני משולשים ישרי זווית. היחידות בשרטוט הן בס"מ. מצאו את x בכל אחד מהשרטוטים.
 כדי למצוא את ערך הנעלם, תחילה יש למצוא ערך המייצג את הצלע המשותפת של שני המשולשים בכל אחד מהאיורים. חשוב לציין בפני הכיתה כי אורך הצלע אינו מספר רציונלי. מטרת התרגיל היא להראות שלצורך החישוב אין עניין למצוא את האורך של הצלע המשותפת, אלא את ריבוע הצלע בעזרת משפט פיתגורס. לכן, בחישוב נשאיר את סימון השורש, וכך נעקוף את מציאת הערך המספרי של הצלע המשותפת.
 למשל במרובע ACBT נתחיל תחילה עם משולש ABT: אורך AB הוא $\sqrt{720}$.
 כאשר ניגש אל המשולש השני, ACB, נשתמש שוב במשפט פיתגורס. בעזרת העלאה בחזקה על השורש, יתקבל הערך הנמצא בתוך השורש (720).
 הפתרונות הם: 30 ס"מ (באיור הימני) ו-12 ס"מ (באיור השמאלי).



ניתן להראות המחשה לנכונותו של משפט פיתגורס בכיתה: <https://bit.ly/2GHa4ej>

2. תרגילים אלו מיועדים ליישום חוקי שורשים שהוצגו בסרטון ונלמדו בכיתה.

א. אילו מבין הביטויים הבאים שווה ל- $\sqrt{60}$?

א. $\frac{\sqrt{960}}{4}$ ב. $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{2}}$ ג. $\sqrt{50} + \sqrt{10}$ ד. $\frac{\sqrt{120}}{\sqrt{2}}$ ה. $\sqrt{20} \cdot \sqrt{3}$

תשובות: א, ד, ה

ב. פתרו את התרגילים הבאים בלי שימוש במחשבון מדעי. במידת הצורך הציגו את התשובה בעזרת שורש.

א. $\sqrt{25} \cdot \sqrt{3}$ ב. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{800} \cdot \sqrt{7}$ ג. $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{90}}$ ד. $\frac{\sqrt{250}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{10}}$

תשובות: א. $5\sqrt{3}$ ב. $40\sqrt{7}$ ג. $\frac{1}{6}$ ד. 10

3. התרגיל הבא משלב בין שני תחומים: חוקי שורשים ונוסחאות הכפל המקוצר.

אפשר להראות את הסרטונים האלה לכיתה כתזכורת:

- "נוסחה של ריבוע הסכום": <https://bit.ly/2TFMjXS>
- "נוסחה של ריבוע ההפרש": <https://bit.ly/2GsuUxT>
- "נוסחת הפרש הריבועים": <https://bit.ly/2Sic5om>

נתון:

$$a = 3 + \sqrt{2}$$

$$b = 3 - \sqrt{2}$$

פתרו את התרגילים הבאים בלי שימוש במחשבון מדעי. במידת הצורך הציגו את התשובה בעזרת שורש. תוכלו גם להיעזר בסרטונים הבאים:

- "נוסחה של ריבוע הסכום": <https://bit.ly/2TFMjXS>
- "נוסחה של ריבוע ההפרש": <https://bit.ly/2GsuUxT>
- "נוסחת הפרש הריבועים": <https://bit.ly/2Sic5om>

א. $a \cdot b =$

ב. $a + b =$

ג. $a - b =$

ד. $a^2 =$

$$b^2 = .ה.$$

תשובות:

א. 7 ב. 6 ג. $2\sqrt{2}$ ד. $11+6\sqrt{2}$ ה. $11-6\sqrt{2}$

4. ידוע כי a, b אי-שליליים. קבעו עבור כל ביטוי מטה אם הוא תמיד נכון, או נכון לפעמים.
אם הוא נכון לפעמים, קבעו עבור איזה ערכי a, b הוא נכון.

תרגיל זה מציג חוקי שורשים, הפעם במבט בוחן על הכללות שניתן לעשות במקרים שונים. התלמידים יחזקו את ההבנה שלהם בחוקי שורשים, ויבדילו בין המקרים השונים – שחלקם נכונים תמיד וחלקם נכונים רק במקרים ספציפיים.

א. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ _____
נכון תמיד, כאשר שני האיברים אי-שליליים כפי שהשאלה מנוסחת.

ב. $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a + b}$ _____
נכון לפעמים, כאשר אחד האיברים או שניהם שווים ל-0.

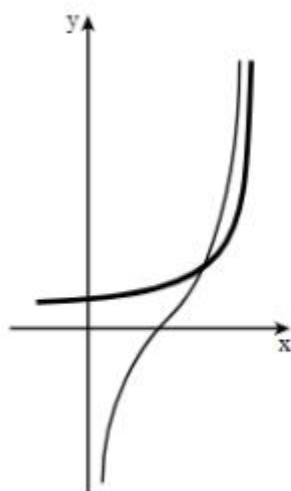
ג. $a \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ _____
נכון לפעמים, רק כאשר $b=0$ או $a=0$ או $a=1$.

ד. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ _____
נכון, תוך שמירה על תחום ההצבה $b \neq 0$.

ה. $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ _____
נכון, בתחום $a > 0$.

לסיכום ניתן לשלב שאלות אלו מתוך שאלוני בגרות 5 יח"ל. מיועד עבור תלמידי י"א-י"ב.

השאלות הבאות נלקחו מתוך שאלוני בגרות 5 יח"ל.
5. (שאלון ראשון חורף 2016 – שאלה 7)



נתונות הפונקציות : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$

$$g(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}}$$

(ראה ציור).

א. (1) מצא את תחום ההגדרה

של הפונקציה $f(x)$,

ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה $f(x)$,

ואת האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה $g(x)$.

ניתן למצוא פתרון מפורט בקישור הבא: <https://bit.ly/2YqY7mn>.

6. (שאלון ראשון מועד ב' - קיץ 2015 - שאלה 7)

נתונות שתי משוואות, I ו-II : $I. \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} = k$, $II. \sqrt{x^2+9} = k$

נתון כי $k > 0$.

מצא את תחום הערכים של k שעבורם אין פתרון למשוואה I

וגם אין פתרון למשוואה II.

אפשר למצוא פתרון מפורט בקישור הבא: <https://bit.ly/2K5KPDU>.