

חוקרים את המשחק איקס עיגול: משחקים מתמטיים

שכבת גיל

חטיבת ביניים - כיתות ח' - ט'

תקציר הפעילות

בפעילות זו התלמידים יחקרו את המשחק איקס עיגול המפורסם בדרך שבה לא חוו עד כה. הם יבנו תרשימי זרימה ויעסקו במושגים שונים מתחום תורת המשחקים. כמו כן יתנסו בגרסה מעניינת למשחק איקס עיגול שבה באמת יש טעם לשחק, ואי אפשר לכפות תיקו. זוהי פעילות העשרה שמתאימה למשחק בזוגות.

משך הפעילות

שני שיעורים

מטרות הפעילות

- להבין את משמעות האסטרטגיה בתחום המתמטיקה.
- להכיר רעיונות בסיסיים בתורת המשחקים.

מושגים מתוכנית הלימודים

תרשים זרימה, דיאגרמת עץ

מיומנויות

מיומנויות חקר, יישום ידע, קבלת החלטות ופתרון בעיות, חשיבה ביקורתית

אופי הלמידה

כיתתי, זוגות

סוג הפעילות

פעילות להקניית הנושא

קישורים לסרטונים

כל אחד מהסרטונים הבאים:

- "משחקי איקס עיגול מיוחדים": <https://bit.ly/3cjRhm6>
- "איך לנצח באיקס עיגול כל הזמן?" <https://bit.ly/35JXkxR>

כל אחת מהכתבות הבאות:

- "משחקי איקס עיגול מיוחדים": <https://bit.ly/2WB4Wyl>
- "משפט צ'רמלו", ויקיפדיה: <https://bit.ly/2AdJzfl>

הכנות לקראת הפעילות

- לדאוג למקורן לצפייה בסרטון במליאה.
- להכין דפי A4 וכלי כתיבה בשני צבעים שונים.

מה עושים?

משחקי איקס עיגול מיוחדים

חלק א': אסטרטגיות ניצחון

בחלק זה נעסוק במשחק איקס עיגול ונחקור אותו.
אם ישנם תלמידים שאינם מכירים את המשחק תוכלו להראות להם את החוקים בקישור הבא:
<https://bit.ly/2WDHSzn>

האם לדעתכם במשחק איקס עיגול יש אסטרטגיית ניצחון מובטחת לאחד השחקנים (לאיקסים או לעיגולים)?
המטרה היא לאסוף עמדות בנוגע למושג, ולא להגיע לתשובה חד-משמעית. בשלב זה מומלץ לאפשר דיון בין התלמידים.
גם אם לאחר ההסבר חלק לא ישתכנעו, אין זה נורא בשלב הזה. התשובה היא שאין אסטרטגיה כזו, כי אסטרטגיית ניצחון היא היכולת **להבטיח ניצחון תמיד, לא משנה אילו מהלכים יבחר היריב לעשות**. אבל בשלב זה אין צורך לתת לתלמידים הגדרות מדויקות.

אז האם במשחק איקס עיגול יש אסטרטגיה כזאת? נתבונן בדוגמה על משחק פשוט יותר:

ישנם שלושה קלפים גלויים המונחים בפני שני שחקנים. המספרים שמופיעים על הקלפים הם: 1, 3, 5. כל שחקן בתורו בוחר קלף. המנצח הוא השחקן שסכום הקלפים שצבר הוא הגבוה ביותר. במשחק כזה, האם כדאי לפעול ראשונים או שניים? האם לאחד הצדדים יש דרך להבטיח ניצחון? איך הייתם מגדירים "אסטרטגיה מנצחת"?

השחקן הראשון יכול להבטיח ניצחון. הוא ייקח 5, חברו ייקח למשל 3, ואז השחקן הראשון ייקח את הנותר – 1. בסיכומו של דבר הסכום לשחקן הראשון הוא 6 ולשני 3. במשחק זה אסטרטגיית הניצחון היא של השחקן הראשון. שימו לב, השחקן השני יכול לנצח אם השחקן הראשון יתבלבל וייקח למשל את קלף 3, ואז תהיה לשחקן השני הזדמנות לקחת את הקלף 5 ולנצח. עדיין אין זה אומר שלשחקן הראשון לא הייתה אסטרטגיית ניצחון, אלא שהוא לא יישם אותה במקרה זה.

בסיום הדיון כדאי לתת את ההגדרה: אסטרטגיה מנצחת היא "תכנון משחק" קדימה **שמבטיח ניצחון תמיד, לא משנה אילו מהלכים יבחר היריב לעשות**. כלומר לכל מהלך אפשרי של היריב יש תשובה שמובילה לניצחון.

חלק ב': עץ משחק לאיקס עיגול

- כדי לבחון את מהלכי המשחק האפשריים נבנה עץ משחק, שהוא בעצם תרשים זרימה המתאר את השתלשלויות המשחק האפשריות ומהלכים ששני השחקנים יכולים לעשות. כדי להבין את העיקרון נתחיל מכך שבכל שלב נרחיב רק 'ענף' אחד מהעץ.
בשלב א' תורו של x :

	x	

x		

	x	

מדוע משורטטים רק שלושה מצבים, אף שיש תשע משבצות ריקות למקם את x? משום שיש כמה מצבים ששקולים זה לזה, ובהם האיורים שנוצרו הם סימטריים. כל שלב נמשיך רק מצב אחד, במקרה זה נבחר להמשיך את השלב שבו ה-x מסומן באמצע.

2. השלימו את שלב ב', תור ה-0.

יש רק שני מצבים שונים שאינם סימטריים או הסימון באדום או בכחול.

o		
	x	

	o	
	x	

3. השלימו את שלב ג'. כעת תור ה- x :

כעת סימון ה- x יכול להיות בארבעה מיקומים שונים (מסומנים באדום וכחול). נמשיך את המצב המסומן בכחול.

x	o	
	x	

	o	
x	x	

	o	
	x	
x		

	o	
	x	
	x	

4. השלימו את שלב ד'. השלימו את שלושת התורות השונים האפשריים הבאים של ה-0, ושימו לב למצבים שקולים:

	o	
o	x	
	x	

	o	
	x	
o	x	

o	o	
	x	
	x	

הניחו שכל שחקן יפעל בצורה אופטימלית לטובתו ולא יבצע מהלכים שברור לו שיובילו אותו להפסד. בחרו באפשרות כלשהי משלב ד', והשלימו את המצבים המתאימים הנובעים ממנה – מצבים שאליהם כנראה יגיעו שני השחקנים כשיסימו למלא את הלוח:

למשל זוהי התוצאה שאליה מגיעים בסופו של דבר אליה אם תלמיד בחר להראות את השלבים השונים של המשך המשחק עם העיגול הצבוע בכחול בשלב ד'.

o	o	x
x	x	o
o	x	x

5. אם הייתם במקום שחקן העיגול בשלב ד', באיזה מהלך הייתם בוחרים? מדוע?
 במהלך שלא ייתן לאיקס שום אפשרות לנצח, לעיגול יש כל פעם אפשרות לכפות תיקו ולא להפסיד.
 שימו לב, שבשלב מסוים המשחק הופך להיות משחק 'חסימות' ולא משחק שבו הכול פתוח לשחקנים. הלוח
 קטן ואנחנו מוצאים את עצמנו עסוקים למנוע מהיריב לסגור שלושה כלשהי ופחות עסוקים בתכנון
 האסטרטגיה שלנו. מומלץ לחשוף את התלמידים למשפט צ'רמלוב: <https://bit.ly/2AdJzfl>.

חלק ג': האם בכל זאת ישנה אסטרטגיית ניצחון לאיקס עיגול?

ישנם שלל סרטונים ברשת המראים כיצד אפשר כביכול לנצח תמיד באיקס עיגול. צפו בסרטון שבקישור הבא:
<https://bit.ly/35JXkxR>

לאחר צפייה בסרטון הסבירו: מהי הבעייתיות בטענה שמובאת בסרטון 'לנצח תמיד באיקס עיגול'?
 יוצר הסרטון מתבסס על כך ששחקן העיגול יפעל בדרך מסוימת ורק אז הניצחון מובטח. כלומר האיקס לא תלוי רק
 בעצמו, אלא תלוי 'בטעות' של השחקן השני כפי שהדגמנו בתחילת הפעילות עם משחק הקלפים.
 שימו לב גם שמייד בתחילת ההסבר המנחה טוען שיש לו שיטות "איך לא להפסיד אף פעם באיקס עיגול". טענה זו
 נכונה דווקא – אכן יש אפשרות לא להפסיד אף פעם, אבל המשמעות של משפט זה אינה דווקא ניצחון, אלא **תיקו או**
ניצחון. אף על פי שתיקו אפשרי, המנחה מדגים ניצחון ודאי. אמנם, בדרך השנייה הוא כן מציין שהדבר תלוי במהלך
 של השחקן היריב. במילים אחרות, הסרטון מראה דרכים **לשפר ביצועים** ולהתקרב לניצחון, אך לא מבטיח אסטרטגיית
 ניצחון.

מחמנים לסיום לצפות בסרטון שיחשוף בפניכם דרכים חדשות להסתכל על משחק איקס עיגול המוכר:
<https://bit.ly/2YD03l4>