

לומדים ומלמדים: איך לשקר בעזרת הסתברות

שכבת גיל

חטיבת עליונה – כיתות י' – י"א

תקציר הפעילות

הפעילות מתמקדת בכשלים לוגיים הנובעים מהבנה לקויה של מושגים בהסתברות. התלמידים יעבדו ב"קבוצות התמחות" (ג'יגסו), יכתבו סצנה הממחישה כשלים לוגיים ויציגו אותה בפני חבריהם לכיתה. הפעילות מציעה מחוון לצורך צייון הקבוצה עם הסצנה הטובה ביותר. לסיכום אפשר לצפות בסרטון המצורף.

משך הפעילות

שני שיעורים – עוקבים או בימים שונים.

מטרות הפעילות

- להעמיק את ההבנה במושגים בהסתברות.
- להבין את הקשר בין הסתברות מותנה לבין כשלים לוגיים נפוצים בחברה.

מושגים מתוכנית הלימודים

הסתברות, הסתברות מותנה, מאורעות תלויים, מאורעות בלתי תלויים

מיומנויות

פרזנטציה, יצירתיות, הבניית ידע, יישום ידע, שיתוף פעולה, חיפוש מידע, עיבוד נתונים

אופי הלמידה

צוותים או כיתתי

סוג הפעילות

- פעילות להקניית הנושא

· "כיצד סטטיסטיקה משטה בחבר המושבעים": <http://bit.ly/2JbBxYz>

הכנות לקראת הפעילות

- מומלץ לעבוד בחדר מחשבים או להשתמש בטלפונים ניידים לחיפוש מידע.
- מומלץ לארגן את התלמידים מראש לקבוצות מומחים, ולאחר מכן לקבוצות למידה.
- יש לדאוג לחיבור לאינטרנט ולמקור לשם הקרנת הסרטון.
- אפשר (לא חובה) להכין פרסים לזוכי תחרות הסצנות.

מה עושים?

הפעילות בנויה מחמישה שלבים. בסיום כל שלב מתקבל תוצר שיוצג למורה לשם מעקב אחר תהליך הלמידה והפנמת הרעיונות המתמטיים.

שלב א': הכנת "תעודת זהות לתחנה".

שלב ב': הנחיית עמיתים.

שלב ג': כתיבת תסריט.

שלב ד': ביצוע התחרות.

שלב ה': צפייה בסרטון.

שלב א' – הכנת "תעודת זהות" לתחנה

חלקו את הכיתה לשש תחנות התמחות.

התחלקו לשש קבוצות מומחים לפי הנחיית המורה. כל קבוצה תתמחה בכשל לוגי הקשור בשימוש שגוי בהסתברות ובסטטיסטיקה, אחד מתוך הכשלים הבאים: כשל המהמר, כשל השיעור הבסיסי, כשל צירופיות, כשל התובע, כשל גרסיה, וכשל הצלף הבודד.

על כל תלמיד בקבוצתכם לחפש מידע וללמוד על תחנת ההתמחות שלכם כדי להכין כרטיס תעודת זהות.

לבחירתכם, אפשר להפנות את התלמידים לחיפוש מידע בוויקיפדיה (למשל בעמוד "כשל לוגי") ובכתבות מאתר מכון דוידסון, כגון:

· "2016 הארורה – שנה מקוללת?" <http://bit.ly/2XV1vCE>. הכתבה נוגעת בכשל הייחוס הבסיסי (אך מבלי להזכירו בשמו).

- "על שקרים, שקרים מתועבים וסטטיסטיקה, חלק א' – רן לוי": <http://bit.ly/2J6LeqZ>. הכתבה נוגעת בכשל המהמר ובכשל התובע (אך מבלי להזכירם בשמם).
- "על שקרים, שקרים מתועבים וסטטיסטיקה, חלק ב' – רן לוי": <http://bit.ly/2NWr0Pq>. הכתבה נוגעת בכשל המהמר (אך מבלי להזכירו בשמו).
- "כמה עובדות מרתקות על הסטטיסטיקה": <http://bit.ly/2SWF6kU>. הסרטון בכתבה נוגע בכשל השיעור הבסיסי ובכשל התובע.
- "האם הופעתם של רצפי מספרים זהים בלוטו היא צירוף מקרים או רמאות?": <http://bit.ly/2UyYh5Y>. הכתבה נוגעת בכשל המהמר (אך מבלי להזכירו בשמו).

הכינו כרטיס תעודת זהות על פי הקריטריונים הבאים:

- שם הכשל הלוגי (כלומר, שם התחנה)
- תיאור הכשל הלוגי (בעזרת מונחים בהסתברות ובסטטיסטיקה)
- דוגמה לכשל – דוגמה אקטואלית או מבית הספר
- כיצד ניתן לזהות את הכשל במציאות
- פתרון אפשרי כדי לתקן טיעון המסתמך על כשל זה.

הכינו מספר עותקים של כל כרטיס כדי שתוכלו לחלק אותם לחבריכם בשלב הבא.

תשובות אפשריות לתעודת הזהות:

כשל המהמר (כשל מונטה קרלו, Gambler's fallacy): האמונה שיש תלות בין מאורעות בלתי-תלויים. למשל, אם מטבע הוגן נפל חמש פעמים על "מספר", כשל המהמר יוביל לאמונה שהסיכוי לקבלת "מספר" פעם נוספת קטן יותר (בעוד הסיכוי קבוע בכל הטלה). אפשר לזהות כשל זה אם רואים שאדם מסתמך על תוצאות קודמות כדי לנבא מאורע אקראי. כדי לתקן טיעון המסתמך על כשל זה, צריך לזכור שאם המאורעות בלתי-תלויים אז אין חשיבות לתוצאות הקודמות.

כשל השיעור הבסיסי (כשל הסתברות קודמת, Base rate fallacy): האמונה שמאורע מסוים סביר יותר מאחר שהוא נראה כמייצג את התופעה, מתוך התעלמות מהשכיחות של התופעה באוכלוסייה כולה. למשל, אם בדיקה מזהה נכון קיום או אי-קיום מחלה ב-95% מהמקרים, אך שיעור המחלה באוכלוסייה הוא 3%, כשל השיעור הבסיסי יוביל לאמונה שקבלת תוצאה "אתה חולה" תהיה נכונה ב-95% מהמקרים (בעוד הסיכוי האמיתי קטן במידה ניכרת). ניתן לזהות כשל זה, אם רואים שאדם מסתמך על מידע נקודתי או שטחי ומתעלם ממידת השכיחות של התופעה. כדי לתקן טיעון המסתמך על כשל זה, יש להקפיד לנקוט בגישה אובייקטיבית ולהסתמך על נתונים מדידים ומהימנים.

כשל צירופיות (Conjunction fallacy): האמונה שחיתוך מאורעות סביר יותר מכל אחד מהמאורעות הנחתכים מאחר שהוא מייצג טוב יותר, לכאורה, את המקרה המסוים. למשל, כשל זה יוביל אנשים לענות כי המאורע "אני אחצה כביש סואן" קצת פחות סביר מהמאורע "אני אחצה כביש סואן ומכונית תעצור בחריקת בלמים". אפשר לזהות כשל זה אם רואים שאדם שופט מקרה פרטי כסביר יותר מהמקרה הכללי. כדי לתקן טיעון המסתמך על כשל זה, יש לבדוק אם שתי האפשרויות העומדות בפנינו זרות זו לזו או שיש ביניהן קשר של הכלה.

כשל התובע (Prosecutor's fallacy): הסקה על סמך חוסר הבנה של הסתברות מותנית (למשל, האמונה שמאורעות תלויים הם למעשה בלתי-תלויים). כשל זה אופייני לטיעונים של תובעים וסנגורים בבית המשפט. לדוגמה, במשפט של סאלי קלארק (1999), טען התובע שהסתברות למוות בעריסה של שני בניה, בזה אחר זה, היא מכפלת ההסתברויות למוות בעריסה של תינוק יחיד, בעוד שיש הרבה גורמים סביבתיים נוספים שעשויים להוביל למוות כזה; ולכן המאורעות

אינם בלתי-תלויים. בדומה לכשל השיעור הבסיסי, ניתן לזהות כשל זה אם רואים שטעון משפטי מסתמך על עוצמה של ראיה מסוימת ומתעלם מהשכיחות של התופעה או מהשפעה של גורמים אחרים. כדי לתקן טעון המסתמך על כשל זה יש לבחון היטב את הנכונות של טענות המתיימרות להסתמך על הסתברות וסטטיסטיקה.

כשל רגרסיה (Regression fallacy): האמונה שהופעת תוצאות הקרובות יותר למוצא אינה תופעה טבעית אלא נגרמת מסיבה מסוימת. למשל, אם קבוצת ספורט ממוצעת מתדרדרת בהישגיה ולפתע משתפרת לאחר החלפת המאמן שלה, כשל זה יוביל אנשים לחשוב שהמאמן החדש או עצם השינוי הובילו לשיפור, בעוד למעשה סביר יותר שמדובר ב"התיישרות" של הסטטיסטיקה לעבר ממוצע הנקודות הרגיל של הקבוצה. ניתן לזהות כשל זה אם רואים שאדם מצפה להמשיך ביצועים שרחוקים מהממוצע (גבוהים או נמוכים ממנו משמעותית). כדי לתקן טעון המסתמך על כשל זה, צריך לזכור שתוצאות נוטות להופיע סביב הממוצע – חלק מעליו וחלק מתחתיו.

כשל הצלף הבודד (Texas sharpshooter fallacy): האמונה שהופעת אוסף של תוצאות דומות במקום מסוים היא אירוע נדיר ושחייב להיות הסבר חיצוני עבורו, מתוך התעלמות מהשכיחות הכללית של התוצאות. הדבר דומה לירי חצים לעבר יער, ואז סימון בדיעבד של מטרה על העץ שבו פגעו הכי הרבה חצים. למשל, אמונה שאם יש הצטברות מקרי סרטן בסמיכות למפגע סביבתי, אז המפגע הוא הגורם לסרטן, בעוד שפיזור אקראי של מחלה מסוימת צפוי לגרור הצטברויות מקומיות כאלו בלי קשר למפגע. ניתן לזהות כשל זה אם אדם מדגיש תוצאות מסוימות ומצניע את חשיבותן של התוצאות האחרות. כדי לתקן טעון המסתמך על כשל זה, צריך לבדוק את השכיחות של התופעה באופן כללי ולא רק במקרים המדווחים.

שלב ב' – הנחיית עמיתים

מומלץ לעודד את המומחים ללמד את חבריהם על ההטיה הסטטיסטית ועל מאפייניה בדרכים יצירתיות (כגון הצגה, ראפ, פנטומימה, שיר, וכיו"ב).

התחלקו לקבוצות של שישה תלמידים לפי הנחיית המורה. בכל קבוצה יהיה נציג אחד מכל תחנה שבשלב א'. על כל אחד מכם להציג לחברי הקבוצה החדשה את כרטיס תעודת הזהות שהכנתם. את הלימוד אפשר לעשות בכל דרך שתבחרו.

בסיום הלימוד, חלקו לחברי הקבוצה עותקים של תעודת הזהות שהכנתם, ואספו מהם את תעודות הזהות שהם הכינו. בסך הכול עליכם לאסוף שש תעודות זהות (כשל המהמר, כשל השיעור הבסיסי, כשל צירופיות, כשל התובע, כשל רגרסיה, וכשל הצלף הבודד).

לקראת סיכום שלב זה, ודאו כי ברשות כל תלמיד יש שש תעודות זהות – אחת עבור כל תחנה.

שלב ג' – כתיבת תסריט

כתבו יחד עם חברי קבוצתכם תסריט לסצנה בת 3–4 דקות, שבה יומחשו לפחות שלושה מתוך ששת הכשלים הלוגיים שעליהם למדו.

אם הכנת תעודות הזהות וכתיבת התסריט אינן מסתיימות במהלך השיעור הראשון, כדאי להנחות את התלמידים להשלימן כמטלת בית לקראת השיעור השני, ולפצל את הפעילות ליומיים.

שלב ד' – ביצוע התחרות

הציגו את הסצנה שלכם בפני חבריכם לכיתה.

הקבוצה שתכתוב את הסצנה הטובה ביותר, שגם תמחיש את הכשלים בצורה הטובה ביותר, היא המנצחת! לשיקול דעתך, ניתן לאפשר לתלמידים בכל קבוצה להעריך את התוצר של התלמידים בקבוצות האחרות לפי הביצוע שלהם בהתאם לכל אחד מהקריטריונים במחווה, וכך לאפשר הערכה חלופית.

ניקוד מירבי ניקוד בפועל

70	הרקע המתמטי
30	תיאור הכשל הלוגי בעזרת שימוש במונחים בהסתברות ובסטטיסטיקה
20	הדגמה של הכשל הלוגי
10	הסבר ברור כיצד ניתן לזהות שבן שיחך נפל בכשל לוגי
10	הצגת פתרון המאפשר לתקן טיעון המסתמך על הכשל הלוגי
30	אופן ההצגה בכיתה
5	הצגת הכשלים בצורה יצירתית, ברורה וקולחת
10	הצגה הכשלים בשפה מתמטית נכונה
10	בקיאות חברי הצוות בנושא ניכרת
5	עמידה בלוח הזמנים שנקבע להצגה
100	סה"כ

שלב ה' – צפייה בסרטון

צפו בסרטון הבא במליאה עם המורה, החל מדקה 11:14 ועד דקה 18:30:
 "כיצד סטטיסטיקה מטעה את חבר המושבעים בבית המשפט": <http://bit.ly/2JbBxYz>.